

# Questions aux oraux du CAPES maths

extraites des livres de la collection :  
**PREPA ENTRETIEN CAPES MATHS**  
(<https://amzn.to/2HaGsI6>)

Thème : **GEOMETRIE VECTORIELLE**

## Généralités

### Question 1 (2017)

*Quatre points distincts alignés forment-ils un parallélogramme aplati ?*

**Question 2 (2017)** *Dessinez un parallélogramme aplati. Définissez un parallélogramme au sens large. Les définitions classiques d'un parallélogramme conviennent-elles pour un parallélogramme aplati ?*

**Question 3 (2017)** *Quel lien y a-t-il entre vecteurs et parallélogrammes ?*

**Question 4 (2018)** *Géométriquement, qu'est-ce qu'un vecteur ?*

### Question 5

*Que veut-on dire quand on parle d'une définition heuristique d'un vecteur ?*

**Question 6** *Donnez une définition rigoureuse d'un vecteur.*

**Question 7** *Définissez la somme de deux vecteurs comme on le ferait en seconde. Cette définition a-t-elle un sens ?*

**Question 8 (2018)** *Peut-on raisonnablement définir le produit d'un vecteur par un scalaire en posant  $\lambda(x, y) = (\lambda x, \lambda y)$  ?*

### Question 9

- Rappelez la définition d'un espace vectoriel.*
- Comment s'appellent les éléments d'un espace vectoriel ?*
- Qu'appelle-t-on un scalaire ?*

**Question 10** *Quand dit-on qu'une famille finie de vecteurs est libre ?*

**Question 11 (2017)** *Quand est-ce qu'une famille finie de vecteurs est liée ?*

**Question 12** *La relation de colinéarité est-elle une relation d'équivalence ?*

---

<sup>0</sup>[qc19ge01] v1.00 © 2019 Dany-Jack Mercier  
<http://megamaths.raidghost.com/oral3/oral3.html>

**Question 13** (2017) Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont-ils colinéaires si, et seulement si, il existe un scalaire  $\lambda$  tel que  $\vec{u} = \lambda \vec{v}$  ?

**Question 14** (2017, 2018)

Montrer que deux vecteurs sont colinéaires ssi  $xy' - x'y = 0$ .

**Question 15** (2017) Montrer que deux vecteurs sont colinéaires ssi leurs coordonnées sont proportionnelles.

**Question 16** Quand une famille finie de vecteurs est-elle génératrice ?

**Question 17** Qu'est-ce qu'une base d'un espace vectoriel ?

**Question 18**

Soient  $F$  et  $G$  deux sous-espaces vectoriels. Que représente  $F + G$  ?

**Question 19** La réunion de deux sous-espaces vectoriels est-elle un sous-espace vectoriel ? Quand est-ce vrai ?

**Question 20** Quand dit-on qu'un espace vectoriel  $E$  est somme directe de deux sous-espaces  $F$  et  $G$  ? Proposez deux définitions et montrez qu'elles sont équivalentes.

**Question 21** (2018) Qu'est-ce qu'un produit vectoriel ?

## Projections & symétries

**Question 22**

- Rappelez la définition d'une projection vectorielle.
- Donnez cinq propriétés des projections vectorielles.

**Question 23**

- Rappelez la définition d'une symétrie vectorielle.
- Donnez cinq propriétés des symétries vectorielles.

**Question 24** Soient  $F$  et  $G$  deux sous-espaces supplémentaires d'un espace vectoriel  $E$ . Soit  $p$  la projection sur  $F$  parallèlement à  $G$ .

- Caractérisez la propriété  $y = p(x)$
- Démontrez cette caractérisation.

**Question 25** Soient  $F$  et  $G$  deux sous-espaces vectoriels supplémentaires d'un espace vectoriel  $E$ . Soit  $s$  la symétrie par rapport à  $F$ , parallèlement à  $G$ .

- Caractérisez la propriété  $y = s(x)$
- Démontrez cette caractérisation.

**Question 26** Définissez le projeté d'un point sur un sous-espace  $F$  parallèlement à un sous-espace  $G$ .

**Question 27** (2018)

Comment obtient-on le projeté orthogonal d'un point ?

**Question 28**

Définissez la symétrie affine par rapport à  $F$  parallèlement à  $G$ .

**Question 29** Proposez une caractérisation de l'image  $M'$  d'un point  $M$  par la symétrie affine  $s$  de base  $F$  et de direction  $\vec{G}$ .

### Utilisation des vecteurs

**Question 30** Tracez un parallélogramme  $ABCD$ . Soient  $I$  et  $J$  les milieux de  $[AB]$  et  $[CD]$ . Montrez que le quadrilatère  $AICJ$  est un parallélogramme. Proposez deux méthodes, l'une au niveau collège, l'autre au niveau seconde.

**Question 31** Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$ . Soient  $I$  le milieu de  $[BC]$  et  $G$  tel que  $4\vec{GA} - \vec{GB} - \vec{GC} = \vec{0}$ . Le point  $G$  est-il le symétrique de  $I$  par rapport à  $A$  ?

### Questions surprenantes

**Question 32** Si  $\vec{u}$  est un vecteur du plan, peut-on écrire  $\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  ?

**Question 33** Soit  $\Lambda$  une partie d'un espace vectoriel  $E$ . Définissez en compréhension le sous-espace vectoriel engendré par  $\Lambda$ . Si  $F$  et  $G$  sont des sous-espaces vectoriels de  $E$ , que sont  $\text{Vect}(F \cup G)$  et  $\text{Vect}(F \cap G)$  ?

**Question 34** Donnez une CNS en termes d'affixes pour que 2 vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient liés ? orthogonaux ?