

Ancien programme avant 2009

Programme du concours externe de contrôleur

Mathématiques

Les sujets porteront sur l'application à des problèmes pratiques des notions mathématiques énumérées ci-dessous. Ces sujets seront rédigés dans un langage accessible à l'ensemble des candidats, que ceux-ci aient reçu une formation moderne ou traditionnelle.

I - NOMBRES REELS, CALCUL NUMERIQUE

- valeurs décimales approchées à 10^{-n} près, par défaut et par excès, d'un nombre réel ;
- valeurs approchées d'un nombre réel, encadrement, incertitudes absolue et relative ;
- valeurs approchées d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de nombres réels dont on connaît des valeurs approchées.

II - FONCTIONS NUMERIQUES D'UNE VARIABLE REELLE

- continuité en un point, sur un intervalle, d'une fonction. Fonction réciproque d'une fonction continue, strictement monotone, sur un intervalle. Limite d'une fonction, définition, limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions ;
- calcul de valeurs numériques et tracé de représentations graphiques ;
- dérivée en un point. Fonction dérivée. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions dérivables, de la fonction réciproque d'une fonction dérivable strictement monotone. Interprétation géométrique de la dérivée dans un repère cartésien. Equation de la tangente en un point de la courbe représentative. Etude du sens de variation d'une fonction dérivable, à l'aide du signe de sa dérivée ;
- pour l'étude de la courbe représentative, C, d'une fonction, sont hors du programme l'étude de la concavité de C, et la recherche de directions asymptotiques ou d'asymptotes non parallèles aux axes. Toutefois, il est possible de donner une droite D, par son équation $y = ax + b$, et de faire vérifier qu'elle est asymptote à C en justifiant que la différence des ordonnées de deux points de même abscisse sur C et D a pour limite zéro quand x tend, par exemple, vers $+\infty$;
- primitive d'une fonction continue ; ensemble des primitives ;
- égalité $\int_a^b f'(t) dt = F(b) - F(a)$, f étant continue sur [a, b] et admettant F pour primitive ;
- propriétés des aires, additivité, unité d'aire... Application à l'évaluation de l'aire de la partie de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ définie par $a \leq x \leq b$, $0 \leq y \leq f(x)$, f étant une fonction positive monotone par morceaux, puis une fonction positive continue. Extension à $b < a$ et à une fonction négative ;
- fonctions étudiées :
 - fonction puissance, polynômes et rapport de polynômes ; dérivée, primitives, représentation graphique ;
 - suites arithmétiques et géométriques, somme des n premiers termes ;
 - fonctions circulaires : dérivées. Dérivées et primitives de :
$$x \rightarrow \cos(ax + b) \text{ et } x \rightarrow \sin(ax + b) ;$$
 - logarithme Népérien (notation Log) :
$$\text{Log } x = \int_1^x dt / t \quad (x > 0) ;$$
 - limite, quand la variable positive x tend vers l'infini, de Log x et de $\log x / x$;
- limite, quand x tend vers 0, de $x \text{ Log } x$;
- représentation graphique :
 - fonction exponentielle (notation e^x). Propriétés ; dérivées ; représentation graphique ; nombre e ; notation e^x ; limite de e^x / x quand x tend vers $+\infty$;
 - autres fonctions logarithmiques et exponentielles. Relations entre les fonctions exponentielles et logarithmiques de base a, et celle de base e.

III - EQUATIONS

- équations et inéquations. Transformations élémentaires. Changements d'inconnue. Résolution de l'équation du second degré à coefficients réels, de l'équation bicarrée à coefficients réels. Equation :
$$a \cos x + b \sin x + c = 0$$

- systèmes d'équations

IV - DENOMBREMENTS STATISTIQUES

- arrangements, permutations, combinaisons, sans répétition. Applications. Problèmes de dénombrement ;
- description statistique d'une population ou d'un échantillon. Documents statistiques, représentations graphiques diverses. Effectifs, fréquences.

V - PROBABILITES

- espaces probabilisés finis ($\Omega, \mathcal{T}(\Omega), P$). Exemples (dés pipés ou non, cartes, urnes, etc.) ;
- variable aléatoire numérique, événements liés à une variable aléatoire x (par exemple : $X = a$, $X < a$). mathématique (ou valeur moyenne) et variance d'une variable aléatoire ;
- espérance mathématique (ou valeur moyenne) et variance d'une variable aléatoire.

Nouveau programme à compter de 2009

Programme du concours externe de contrôleur

Mathématiques

I - FONCTIONS NUMERIQUES

- fonctions usuelles ;
- puissances, polynômes et rapport de polynômes : dérivées, primitives représentations graphiques ;
- fonctions circulaires : dérivées. Primitives de $x \rightarrow \cos(ax + b)$ et $x \rightarrow \sin(ax + b)$;
- logarithme et exponentielle : propriété, dérivées, représentations graphiques. Comparaison avec les fonctions x^n , $n \in \mathbb{Z}$;
- fonctions $x \rightarrow a^x$;
- continuité ;
- limites : opérations, composition, comparaison. Limite en $+\infty$ de e^x/x et de $\ln(x)/x$. Limite en 0 de $x/\ln(x)$;
- dérivation de la composée de deux fonctions ;
- primitives d'une fonction sur un intervalle. Définition.

II - CALCUL INTEGRAL

- aire sous la courbe représentative d'une fonction positive ;
- définition de l'intégrale à partir d'une primitive de la fonction ;
- valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle ;
- propriétés de l'intégrale : linéarité, positivité, ordre, relation de Chasles ;

III - DENOMBREMENTS ET STATISTIQUES

- arrangements, permutations, combinaisons. Applications ;
- description statistique d'une population ou d'un échantillon. Représentations graphiques. Effectifs, fréquences ;
- nuage de points associé à une série statistique à deux variables numériques. Repères semi-logarithmiques ;
- point moyen ;
- ajustement affine par moindres carrés.

IV - PROBABILITES

- espaces probabilisés finis. Exemples (dés pipés ou non, urnes, ...)
- conditionnement et indépendance. Tableaux, arbres, diagrammes ;
- conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements ;
- formule des probabilités totales ;
- lois de probabilités discrètes ;
- expériences et lois de Bernoulli, lois binomiales ;
- Espérance et variance d'une loi numérique.

V - SUITES

- suites monotones, majorées, minorées, bornées, convergentes ;
- suites arithmétiques, suites géométriques, suites vérifiant une relation de récurrence du type ;
- espérance mathématique (ou valeur moyenne) et variance d'une variable aléatoire : $u_{n+1} = a u_n + b$, ou $u_{n+2} = a u_{n+1} + b u_n$.

VI - GEOMETRIE DANS L'ESPACE

- équations cartésiennes de plans ou de droites de l'espace ;
- calcul vectoriel, relation de Chasles. Vecteurs colinéaires, points coplanaires. Calcul d'une distance AB. Orthogonalité de deux vecteurs.