

La modélisation en mathématiques à l'École, au Collège, au Lycée

Alain Mercier
UMR-P3 ADEF

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

**Pourquoi faire encore des mathématiques,
à l'école ?**

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

**certains objets de savoir,
enseignés pendant une certaine période,
disparaissent des programmes d'enseignement**

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

La valeur absolue d'un nombre

Le calcul du centre de gravité d'un segment et d'un triangle

Les techniques de réduction des fractions au même dénominateur

Les calculs sur les décimaux

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

**Les *raisons* pour lesquelles
tel ou tel objet mathématique est enseigné
tendent à s'estomper.**

La modélisation en mathématiques à l'École, au Collège, au Lycée

Quels sont les savoirs qui doivent être enseignés et qu'il « ne nous est pas permis d'ignorer » ?

Quels sont les savoirs dont « on a le droit de ne pas être exclus » ?

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

**Les savoirs et connaissances mathématiques
peuvent constituer un moyen de maîtriser des
phénomènes dans la réalité :**

**savoirs et connaissances mathématiques
donnent le pouvoir de penser le monde et d'y
agir.**

La modélisation en mathématiques à l'École, au Collège, au Lycée

*Dans mon jardin, 12 tulipes ont poussé.
7 sont blanches, les autres sont rouges.
Combien y a-t-il de tulipes rouges ?*

Brousseau, Le cas Gaël

La modélisation en mathématiques à l'École, au Collège, au Lycée

Dans ce sac, {A} a placé des {o}.

{B} {peut / ne peut pas} les compter s'il veut en être sûr. A et B conviennent qu'il y en a {n}.

{A} retire du sac quelques {o}, {B} peut les compter. Il y en a {p}. {B} essaie alors de deviner combien de {o} il y a maintenant dans le sac.

— {B} écrit le nombre qu'il croit juste.

— {A} parie avec lui, {B} parie qu'il a deviné juste.

— {A} et {B} {peuvent / ne peuvent pas compter ensemble} les pièces du sac et noter qui a gagné.

— {A} et {B} jouent {q} parties, en échangeant leurs rôles. Arriveront-ils à savoir deviner à chaque coup ?

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

L'addition (que nous écrivons $p+r=n$ pour en parler entre nous)

est un modèle du système étudié,

il permet de tester des hypothèses de réponse.

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

Comparer deux collections à une collection type, la collection des mots d'une certaine phrase. Ces mots sont appelés des nombres

Un nombre est considéré comme le résultat de l'opération expérimentale de dénombrement parce qu'il en est le compte-rendu complet.

Les règles des quatre opérations nous dispensent des opérations de dénombrement pour certaines collections...

toute autre considération est métaphysique

Lebesgue, La mesure des grandeurs.

La modélisation en mathématiques à l'École, au Collège, au Lycée

Des problèmes pour enseigner

« Dans certains cas, la résolution des problèmes est organisée par l'enseignant pour, à partir des solutions personnelles élaborées par les élèves, déboucher sur une nouvelle connaissance (notion ou procédure). »

Programmes 2002 CE2

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

Un modèle permet de faire des "**expériences de pensée**" c'est-à-dire des **expériences (matérielles/symboliques) dans le monde du modèle.**

Soit la figure triangulaire suivante, de rang 4

X X X X
X X X
X X
X

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

X X X X

X X X O

X X O O

X O O O où on complète le triangle en un carré...

Cette **expérience montre** que : $p(4)+p(3)=4^2$

$$2p(4)=4^2+4$$

$$p(4)=(4^2+4)/2$$

soit l'hypothèse :

$p(n)=(n^2+n)/2$ qui doit être **démontrée**, c'est-à-dire montrée dans le cadre algébrique du modèle

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

Les nombres sont modèles de la figure,

$$p(4)=4+3+2+1$$

l'expérience se transporte alors dans le modèle,
c'est une expérience sous contrôle d'une
connaissance, une **expérimentation**

$$p(n)= n +(n-1)+\dots+ 3 + 2 + 1$$

$$p(n)= 1 +\dots+(n-3)+(n-2)+(n-1)+n$$

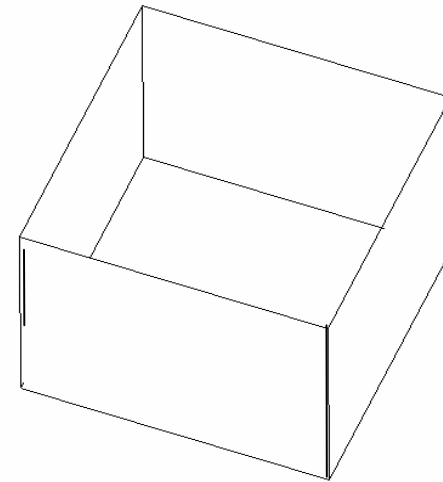
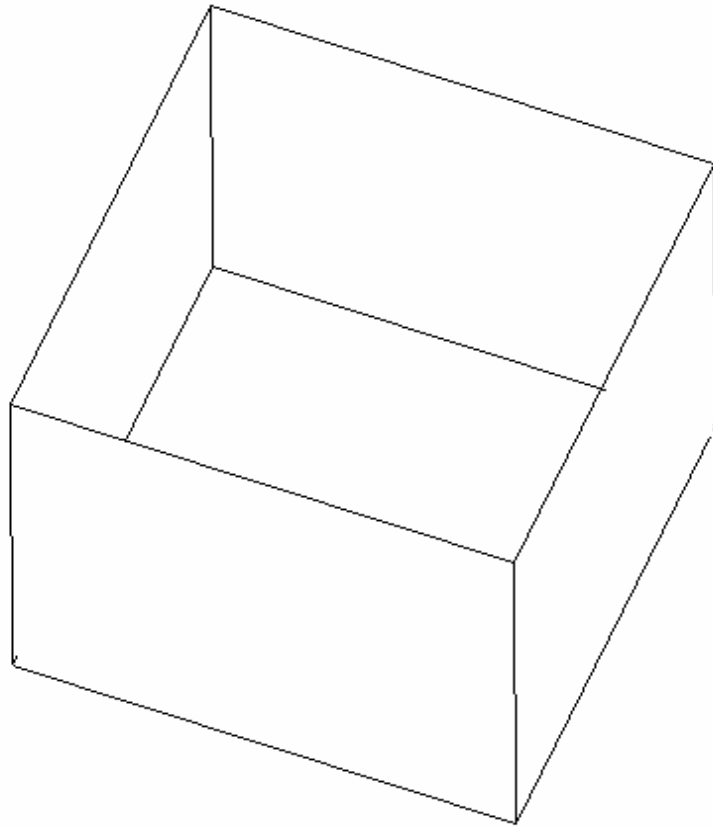
sur chaque colonne on a un total de n et donc

$$2p(n)=n + n +\dots + n + n + n + n$$

$$\mathbf{p(n) = (n+1)n/2}$$

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

De l'expérimentation à l'enquête



Deux boîtes en plomb, une grande une
petite, laquelle flotte?

Chevallard, Arithmétique, algèbre, modélisation

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

Une boîte flotte si la place qu'elle occupe dans l'eau a un volume tel, que ce même volume d'eau aurait même masse que la boîte

$v=m$ est le modèle

or, $v=h \times c \times e$ et $m=c \times c \times 5 \times p$

donc,

$hce=13,7c^2$ et $e=13,7c/h$

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

Si les boites sont cubiques, alors on a :

$hce=13,7c^2$ qui puisque $h=c$ devient $cce= 13,7c^2$

ou $c^2 e=13,7c^2$

c'est-à-dire après simplification par c^2 ,

$e=13,7$ cm,

La modélisation en mathématiques à l'École, au Collège, au Lycée
Un modèle est un **système de significations**

susceptible de nous apprendre des choses sur la réalité, et, par-là même, de nous rendre capable d'agir sur elle

(de penser des grands bateaux, etc.)

Une première "raison d'être" des mathématiques pourrait ainsi s'établir : faire des mathématiques, c'est fabriquer des modèles qui permettront de maîtriser des phénomènes dans la réalité.

Sensevy, Mercier, Faut-il encore enseigner les mathématiques, à l'école?

La modélisation en mathématiques à l'École, au Collège, au Lycée

Faire des mathématiques, c'est utiliser des outils pour résoudre des problèmes et donc aussi, construire des outils permettant de résoudre des problèmes ou encore, étudier des outils et les problèmes qu'ils permettraient de résoudre.

Résoudre des problèmes est le moteur et le motif de l'activité mathématique, ce n'est pas rien mais ce n'en est pas le tout, le texte des programmes dit aussi cela.

La modélisation en mathématiques à l'Ecole, au Collège, au Lycée

La question qu'il faut poser à propos d'un « problème pour enseigner » est donc double :

- 1) Quels sont les problèmes voisins de ce problème, quel est son genre ?**
- 2) Quel est l'avenir de ce que sa résolution permet d'apprendre ?**

Margolinas, Mercier, René de Cotret, Perspectives curriculaires dans l'enseignement obligatoire

Bibliographie sommaire

- Brousseau, G., Warfield, V., (1999) Gaël. *Journal of mathematical behavior*, 18.1, pp. 1-46.
- Chevallard, Y., (1987), *Arithmétique, algèbre, modélisation*. Marseille: IREM Aix-Marseille.
- Lebesgue, H., (1935, 1975) *La mesure des grandeurs*. Paris: Blanchard.
- Margolinas, C., Mercier, A., René de Cotret, S., (2006), Développements curriculaires dans l'enseignement obligatoire. *Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques?* Lyon: INRP. 25-37.
- Sensevy, G., Mercier, A., (1999) Faut-il (encore) enseigner les mathématiques, à l'école? *Le Télémaque*, 15, pp. 69-78.