

CONCOURS EXTERNE POUR L'EMPLOI DE CONTRÔLEUR DES IMPÔTS

ANNÉE 2007

ÉPREUVE N° 2

DURÉE : 2 heures. – COEFFICIENT : 4

Le candidat traitera obligatoirement le sujet correspondant à l'option formulée dans sa demande d'admission à concourir.

Il trouvera ces options aux pages suivantes du présent fascicule :

Page 3 – Mathématiques.

Page 5 – Géographie économique.

Page 5 – Droit commercial.

Page 5 – Droit civil.

Page 6 – Comptabilité commerciale.

Recommandations importantes

Le candidat trouvera au verso la manière de se servir de la copie informatisée.

Sous peine d'annulation de sa copie, le candidat ne devra porter aucun signe distinctif (nom, prénom, signature, numéro de candidature, etc.) en dehors du volet rabattable d'en-tête.

Il devra obligatoirement se conformer aux directives données.

Tournez la page S.V.P.

MATHÉMATIQUES

Les parties I, II, III et IV sont indépendantes.

Les résultats non justifiés par des explications mathématiques précises seront sans valeur.

-I-

Au 1^{er} janvier de l'année 2000, M. Abramov a placé une somme S à la banque SASKI qui refuse de servir des taux qui permettent de doubler un capital en moins de trois ans.

Intérêts composés

1. Déterminer la somme capitalisée au 1^{er} janvier 2007 si la banque lui assure un taux annuel fixe¹ $t \in]0, 1[$.
2. M. Abramov veut connaître le taux mensuel t_m correspondant au taux t entre le 1^{er} janvier 2000 et le 1^{er} janvier 2007. Il vous demande donc de déterminer t_m en fonction de t .
3. Déterminer une valeur approchée à la deuxième décimale du taux mensuel en **pourcentage** si le taux annuel en pourcentage est de 7%.

Avec des retraits

M. Abramov retire, tous les 1^{er} janvier à 8h depuis 2001, un proportion fixe $t' \in [0, 1[$ des **Intérêts** capitalisés.

1. Quelle sera la somme présente sur le compte de M. Abramov au 1^{er} janvier 2007 à 9h en fonction de S , t et t' ?
2. Déterminer le taux mensuel τ_m équivalent au système de « capitalisation-retraits » défini ci-dessus.
3. Calculer t' pour que le taux mensuel τ_m en pourcentage soit de 0,5% si le taux de rémunération en pourcentage est de 7%.
4. On suppose que $t' = t$. Déterminer t pour que τ_m soit maximal. Le banquier acceptera-t-il ce taux ?

¹ Intérêts capitalisés au 1^{er} janvier à 0 h 00.

-II-

On considère la famille $(f_m)_{m \in \mathbb{N}^*}$ de fonctions numériques définies pour tout $x \in [0; 100]$ par :

$$f_m(x) = 10^{m \times \left(\frac{\log(100+x) - 2}{12} \right)}$$

où $\log(y)$ est le logarithme en base 10 de $y \in]0; +\infty[$.

1. Démontrer que pour tout $m \in \mathbb{N}^*$ et tout $x \in [0; 100]$ on a :

$$f_m(x) = \exp \left[\frac{m}{12} \ln \left(1 + \frac{x}{100} \right) \right]$$

Donner une interprétation de f_m .

2. Étudier les fonctions f_m , puis démontrer qu'elles sont bijectives.
Déterminer leurs inverses f_m^{-1} , puis calculer $f_m^{-1}(1,05)$ en fonction de m .
Puis calculer $\lim_{m \rightarrow +\infty} f_m^{-1}(1,05)$
3. Déterminer l'ensemble des entiers naturels m tels que $f_m(10) > 1,05$.
4. On note C_m la courbe représentative de la fonction f_m .
Déterminer l'équation de la tangente T_m au point de C_m d'ordonnée 1,05.
Déterminer l'ensemble des $m \in \mathbb{N}^*$ tels que la pente de la tangente T_m soit strictement supérieure à 1.

-III-

Soit T une variable aléatoire prenant les valeurs 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 10 selon la loi uniforme.

1. Déterminer la loi de la variable aléatoire X définie par :

$$X = \exp \left[\frac{1}{12} \ln \left(1 + \frac{T}{100} \right) \right]$$

Calculer l'espérance et la variance de X .

2. Soient X_1 et X_2 deux variables aléatoires indépendantes de même loi que X .
Exprimer $X_1 X_2$, puis déterminer l'espérance et la variance de $X_1 X_2$.

-IV-

L'institut α propose une préparation au concours d'entrée à l'école β .

L'institut autorise les élèves non reçus à l'issue d'une préparation à s'inscrire une seconde fois aux cours dispensés par l'institut α .

Pour les années 2005 et 2006, les résultats obtenus par l'institut α sont :

	2005		2006	
	présentés	admis	présentés	admis
non-redoublants	44	24	30	15
redoublants	6	6	20	18
total	50	30	50	33

Le responsable de l'institut α affirme que le taux de réussite est en augmentation entre 2005 et 2006 et s'en félicite.

Le responsable pédagogique de la préparation n'est quant à lui pas du tout satisfait de l'évolution qu'il constate.

1. Qu'a constaté le responsable pédagogique ?
2. Qui, du responsable de l'institut ou du responsable pédagogique, a raison ?